**Работа 3. Перевод чисел**

**из одной системы счисления в другую**

***Цель работы:*** изучить методы перевода чисел из одной системы счисления в другую при произвольных основаниях систем счисления и в случае, когда основания связаны соотношение p=qk.

##### Введение

В процессе работы с компьютером возникают ситуации, связанные с необходимостью перевода чисел из одной системы счисления в другую. Часть таких действий выполняется прграммным обеспечением компьютера, например, преобразование чисел из десятичной системы счисления в двоичную и наоборот. Иногда потребность в таких преобразованиях возникает у самого пользователя. Например, для правильной интерпретации состояния какого-либо регистра или ячейки памяти и внесения в них изменений необходимо уметь быстро и безошибочно осуществлять перевод в пределах двоичной-восьмеричной-шестнадцатиричной систем счисления.. *Система счисления* называется позиционной, если одна и та же цифра имееет различное значение, определяющееся позицией цифры в последовательности цифр, изображающей число. Количество *p* различных цифр, употребляемых в позиционной системе, называют ее *основанием* /2/.

Рассмотрим некоторые способы перевода чисел из одной системы счис­ления (СС) в другую.

Прежде всего отметим, что при переводе смешанных чисел о тдельно переводится целая и отдельно дробная части числа.Поэтому вначале рассмотрим некоторые **способы перевода целых чисел.**

**Способ 1.** Для перевода целых чисел из p-ичной СС в q-ичную необходимо исходное p‑ичное число и получаемые частные последовательно делить на основание q новой СС. Получаемые в результате остатки пред­ставляют собой p-ичные записи q-ичных цифр числа, начиная с младшей. Операция деления проводится в p-ичной СС.

**Способ 2.** Цифры и основание исходного представления числа в p-ич­ной СС выражаются q‑ичными числами и производится вычисление полученного выражения в q-ичной СС.

**Способ 3**. (модификация способа 2 с вычисление многочлена по схеме Горнера). Цифры и основание исходного представления числа в p-ичной СС выражаются q‑ичными числами. В q‑ичной СС выполняются следующие операции:

1. умножить старшую цифру на p;
2. добавить к результату следующую по порядку цифру;
3. умножить результат на p;
4. повторить операции 2 и 3 до тех пор, пока не будет добавлена младшая цифра; на последнем шаге операция умножения результата на p не проводится.

Такой подход позволяет, в общем случае, сократить при переводе количество опреаций умножени, которые выполняются гораздо дольше операций сложения.

# **Перевод правильных дробей**

При переводе правильных дробей из p-ичной СС в q-ичную необходимо в p‑ичной СС выполнить следующие операции:

1. умножить исходное число на q. Целая часть полученного результата является старшей цифрой числа в q-ичной СС;
2. умножить дробную часть полученного результата на q. Целая часть полученного результата является очередной цифрой числа в q-ичной СС;
3. повторить операцию 2, пока не будет достигнута необходимая точность.

Определение количества разрядов, которое должно быть получено в новом представлении дроби (nq), основывается на соотношении

q-nq ≤ p-np

где np – количество разрядов в представлении дроби в p‑ичной СС.

Отсюда:

nq ≥ (np \* lg p) / lg q.

### Перевод чисел из p-ичной системы счисления в q-ичную при p = qk

*Перевод целых чисел.*

При переводе целых чисел из p-ичной СС в q-ичную необхо­ди­мо каж­дую цифру ис­ходного p-ичного числа заменить ее k-разрядным q-ичным эквивалентом.

*Перевод правильных дробей.*

Припереводе правильных дробей из p-ичнойСС в q-ичную необходимо каж­дую цифру ис­ходного p-ичного числа заменить ее k-разрядным q-ич­ным эквивалентом.

### Перевод чисел из p-ичной системы счисления в q-ичную при q = p k

*Перевод целых чисел.*

Припереводе целых чисел из p-ичной СС в q-ичную необходимо исходное p‑ич­ное число разбить на группы по k разрядов, начиная справа, и каждую группу заменить одной q-ичной цифрой. При необходимости старшая группа дополняется слева нулями до k разрядов.

*Перевод правильных дробей.*

Припереводе правильных дробей из p-ичной СС в q-ичную необходимо исходное p‑ич­ное число разбить на группы по k разрядов, начиная слева, и каждую группу заменить одной q-ичной цифрой. При необходимости младшая группа дополняется справа нулями до k разрядов.

#### Постановка задачи и варианты ее решения

В лабораторной работе выполняются задания двух типов:

* перевод чисел, представленных в произвольных системах счисления;
* перевод чисел в 2k-ичных системах счисления.

Переключения между этими типами заданий осуществляется установ­кой соответствующего флажка на панели управления.

Рассмотрим примеры выполнения заданий.

Перевод чисел, представленных в произвольных системах счисления.

Перевести число 421,34 из 5-й в 7-ю систему счисления.

Вначале переведем целую часть числа по способу 1:

\_421 | 12

41 | \_30 | 12

**11** 24 | **2**

**1**

Так как действия проводятся в 5-й системе счисления, то следует обратить внимание на то, что 125 = 107 и 115 = 67

В результате получим: 4215 = 2167

При переводе дробной части числа сначала определим количество раз­рядов в новом представлении дроби:

n7 ≥ (n5 \* lg 5) / lg 7 =2\*0,6990/0,8451 =1,65…

n7 = 2

Для получения двух цифр в окончательном результате необходимо вы­полнять процесс умножения до получения трех цифр нового пред­став­ления дроби и провести округление.

Выполним перевод дробной части числа:

x0,34

12

+123

34 .

**10**.13

x0.13

12

+ 31

13 .

**2**.11

x0.11

12

+ 22

22.

**2**.42

Таким образом, дробная часть числа равна 0,345 = 0,522…7 ≈ 0,527,

а окончательный результат равен

421,345 = 216,527

Перевод чисел, представленных в 2k-ичных системах счисления.

Пример 1. Перевести число 571,45 из 8-й в 2-ю систему счисления.

Так как 8 = 23, то каждую 8-ричную цифру необходимо заменить ее 3-раз­рядным двоичным эквивалентом:

571,458 = 101 111 001, 100 1012.

Пример 2. Перевести число 10111011001,1011012 из 2-й в 16-ю CC.

Так как 16 = 24, то исходное число необходимо разбить на группы по 4 разряда, при этом придется дополнить старшую группу целой части числа двумя нулямислева, а младшую группу дробной части нулем справа:

*00*10 1101 1001,1011 001*0*2 = 2D9,B216

Пример 3. Перевести число E4,57 из 16-й в 8-ю систему счисления.

Так как 16 ≠ 8k, то прямой перевод по упрощенным правилам невоз­мо­жен. В этом случае необходимо либо воспользоваться пра­ви­ла­ми переводав произвольных СС, либо выпол­нить промежуточныый перевод в 2-ю СС, так как 8=23 и 16=24: Воспользуемся вторым подходом.

E4,5716 = 1110 0100,0101 01112 = *0*11 100 100,010 101 11*0*2 = 344,2568

Порядок подготовки к лабораторной работе

1. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
2. Вызвать программу электронного учебника и выбрать в нем лабораторную работу "Перевод чисел из одной системы счис­ления в дру­гую".
3. Ознакомиться с разделом "Help" лабораторной работы для определения порядка ее выполнения и назначения функциональных клавиш.
4. Изучить раздел "Теория" лабораторной работы.
5. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в произвольных системах счисления и выполнить его в режиме тренировочного тестирования (флажок "с оценкой" должен быть сброшен).
6. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в 2k-ичных системах счисления и выполнить его в режиме тренировочного тестирования.
7. В случае необходимости повторить изучение того раздела теоретического материала, который вызвал наибольшие затруднения при тренировочном выполнении работы.

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Вызвать программу электронного учебника и выбрать в нем лабораторную работу "Перевод чисел из одной системы счисления в другую".
2. Изучить раздел "Теория" лабораторной работы.
3. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в произвольных системах счисления и выполнить его в режиме контрольного тестирования (флажок "с оценкой" должен быть установлен). Про­де­мон­ст­­рировать результаты тестирования преподавателю.
4. Установить флажок выполнения задания по переводу чисел в 2k-ичных системах счисления и выполнить его в режиме контрольного тестирования. Продемонстрировать результаты тестирования преподавателю.

###### **Варианты заданий**

Варианты заданий для тренировочного выполнения и контрольного тес­тирования генерируются программным обеспечением лабораторной ра­боты автоматически в процессе выполнения лабораторной работы.

**Контрольные вопросы**

1. Что такое "Основание системы счисления"?
2. Укажите основные способы перевода целых и дробных чисел из одной системы счисления в другую.
3. Укажите способы перевода чисел из одной системы счисления в дру­гую в случае, когда основания систем счисления связаны со­от­но­ше­ни­ем: p=qk.